

文章编号 1004-924X(2008)08-1528-05

敏捷小卫星姿态机动切换算法

徐开^{1,2}, 金光¹, 陈娟¹, 陈长青¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要:以刚体小卫星作为研究对象,提出了一种切换控制算法对小卫星机动进行控制,并对控制力矩陀螺的力矩进行合理调节以避免饱和和奇异。描述了敏捷小卫星模型,介绍了单框架控制力矩陀螺(SGCMG)的框架组成,讨论了小卫星切换控制并法。利用添加零运动的伪逆操纵律对单框架控制力矩陀螺系统进行操控,仿真结果指出,小卫星俯仰轴在14 s内机动 45° ,平均速度可达 $3.2^\circ/\text{s}$ 。结果表明这种切换算法可满足小卫星敏捷性需要。

关键词:敏捷小卫星;姿态机动;切换算法;单框架控制力矩陀螺

中图分类号: V448.22; V474.6 **文献标识码:** A

Switch algorithm for quick small satellite attitude maneuver

XU Kai^{1,2}, JIN Guang¹, CHEN Juan¹, CHEN Chang-qing¹(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: By taking aim at the application of Single Gimbal Control Moment Gyroscope(SGCMG) to quick small satellites, a switch control algorithm was presented to control the maneuver of small satellite. The small satellite with rigid bodies was used as a model, and the switch control for toques of small satellite with SGCMG was adjusted to avoid saturation singularity. SGCMG was controlled by pseudo-inverse steer law with zero-motion. The simulations show that the small satellite is capable of large angle maneuver with rotation of 45° at 14 s and average rate of $3.2^\circ/\text{s}$. It proves that this switch algorithm can meet requirement for quick small satellite.

Key words: quick small satellite; attitude maneuver; switch algorithm; Single Gimbal Control Moment Gyroscope(SGCMG)

1 引言

单框架控制力矩陀螺(SGCMG)在同等质量和同等功耗的情况下,能够提供比传统飞轮更大的力矩。在国外的航天器上得到了相当多的应用,如,和平号空间站、国际空间站等。近年来对于小卫星的敏捷性要求越来越高,单框架控制力矩陀螺开始被学者关注。法国和意大利合作的敏捷小卫星 Pleiades 将采用 SGCMGs 控制,一旦获得成功,控制力矩陀螺在小卫星上将得到成功商业应用。英国 Surry 大学也将一个微型 SGCMG 原理样机作为验证部件应用于小卫星上。国内对于 SGCMG 的研究始于上世纪 90 年代。主要注意力放在操纵律研究上,主要有框架角速度或角度操纵律、鲁棒逆操纵律、变速操纵方法等^[1-2],而奇异产生机理、奇异回避^[3-6]同样成为学者探索的焦点。有些学者将飞轮和 SGCMG 联合进行控制,用以避免奇异^[7]。

本文利用控制力矩陀螺进行敏捷小卫星机动控制,采用一种切换控制算法和合理选择控制力矩陀螺操纵律来保证控制系统性能指标的要求。

2 敏捷小卫星模型和 SGCMG 简介

2.1 敏捷小卫星模型描述

对于三轴稳定的小卫星,用 SGCMGs 控制的姿态动力学方程为:

$$\mathbf{I}_S \dot{\boldsymbol{\omega}}_S^l + \boldsymbol{\omega}_S^l \times (\mathbf{I}_S \boldsymbol{\omega}_S^l + \mathbf{h}_{\text{SGCMGs}}) = \mathbf{T}_G + \mathbf{T}_{\text{EXT}}, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{I}_S \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为转动惯量矩阵, $\boldsymbol{\omega}_S^l \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为星体姿态角速度列向量;外力矩 $\mathbf{T}_{\text{EXT}} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$, $\mathbf{h}_{\text{SGCMGs}} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ 为 SGCMGs 角动量阵, \mathbf{T}_G 为陀螺力矩。

2.2 SGCMG 简介

单框架控制力矩陀螺(SGCMG)由高速旋转的转子和使用电机驱动的框架组成,一个 SGCMG 只能在一个轴向上输出控制力矩,同时对其它轴有较强的耦合作用,一般多采用 SGCMG 群形成一定的组合形式来对三轴姿态进行控制。常用的构型有金字塔、五棱锥、六面体、十二面体等,式(2)为金字塔构型的合输出力矩:

$$\mathbf{T}_0 = -\dot{\mathbf{H}} = -\mathbf{J}(\boldsymbol{\delta})\dot{\boldsymbol{\delta}}, \quad (2)$$

式中, $\dot{\boldsymbol{\delta}} = [\dot{\delta}_1 \quad \dot{\delta}_2 \quad \dot{\delta}_3 \quad \dot{\delta}_4]^T$, 雅可比矩阵 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\delta}) \in \mathbf{R}^{3 \times N}$

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\delta}) = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\delta_1 & \sin\delta_2 & \cos\beta\cos\delta_3 & -\sin\delta_4 \\ -\sin\delta_1 & -\cos\beta\cos\delta_2 & \sin\delta_3 & \cos\beta\cos\delta_4 \\ \sin\beta\cos\delta_1 & \sin\beta\cos\delta_2 & \sin\beta\cos\delta_3 & \sin\beta\cos\delta_4 \end{bmatrix}.$$

3 切换控制和 SGCMGs 操纵律设计

3.1 小卫星切换控制算法设计

为避免出现角度奇异,采用了四元数表示卫星在姿态参考坐标系中的姿态,其运动学方程为:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = 0.5 \times (-q_1 \omega_x - q_2 \omega_y - q_3 \omega_z) \\ \dot{q}_1 = 0.5 \times (-q_0 \omega_x + q_2 \omega_z - q_3 \omega_y) \\ \dot{q}_2 = 0.5 \times (-q_1 \omega_y - q_3 \omega_z - q_0 \omega_x) \\ \dot{q}_3 = 0.5 \times (-q_0 \omega_z + q_1 \omega_y - q_2 \omega_x) \end{cases}. \quad (3)$$

而以刚体小卫星为研究对象,其动力学方程为:

$$\dot{\mathbf{H}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{T}. \quad (4)$$

设姿态偏差四元数为 $\mathbf{q}_e(t)$, 根据乘法关系,有

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_e(t) &= \mathbf{q}_f^* \otimes \mathbf{q}(t) \\ &= \begin{cases} q_{f0}q_0 + q_{f1}q_1 + q_{f2}q_2 + q_{f3}q_3 \\ q_{f0}q_1 - q_{f1}q_0 - q_{f2}q_3 + q_{f3}q_2 \\ q_{f0}q_2 + q_{f1}q_3 - q_{f2}q_0 - q_{f3}q_1 \\ q_{f0}q_3 + q_{f2}q_1 - q_{f2}q_0 - q_{f3}q_0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (5)$$

设姿态偏差角速度 $\boldsymbol{\omega}_e(t)$, 根据运动学方程,有

$$\boldsymbol{\omega}_e(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \mathbf{A}_{rb}(\mathbf{q}_e)\boldsymbol{\omega}_r, \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_r$ 为参考坐标系角速度; $\mathbf{A}_{rb}(\mathbf{q}_e)$ 为姿态转移矩阵。用偏差四元数和偏差角速度信息,设计控制器。根据旋转姿态四元数的定义,即矢量绕空间一轴 r 转一个角度 σ , 四元数 $\mathbf{q} = [\cos(\sigma/2), r\sin(\sigma/2)]$, 姿态误差四元数 $\mathbf{q}_e(t)$ 为小卫星当前姿态与目标姿态的瞬时欧拉轴和偏差角的关系,即:

$$\begin{cases} \sigma_e = 2\arccos(q_{e0}) \\ \mathbf{r}_e = [q_{e1}, q_{e2}, q_{e3}]^T / \sin(\sigma_e/2) \end{cases}. \quad (7)$$

由式(7)可知,机动角速度的方向应为 \mathbf{r}_e 的方向,即瞬时欧拉轴的方向为 $[q_{e1}, q_{e2}, q_{e3}]^T$ 的方向,需要将速度沿着瞬时欧拉轴,方向是使 σ_e 减小的方向。为此,本文设计了切换闭环控制器,在机动偏差较大时,控制系统输出力矩大小固定,控制器根据偏差实际的变化情况控制控制系统力矩输出方向和时间。在偏差为小值时采用 PID 控制器保证控制精度和稳定性。设计的切换控制器输出信号 u_e 为:

$$u_{cb} \begin{cases} u_{\max} & |q_e| > |q_{e0} \cdot \alpha| \\ -u_{\max} & |q_{e0} \cdot \gamma| < |q_e| < |q_{e0} \cdot \beta|, \\ u_{pid} & |q_e| < |q_{e0} \cdot \gamma| \end{cases} \quad (8)$$

其中, α, β, γ 为被设计向量, 而 PID 控制器的输出信号 u_c 为:

$$u_{pid} = k_p \bar{q}_e \text{sign}(q_{e0}) + k_d \omega_e + k_i \int \bar{q}_e dt = k_{fb} (k'_p q_e \text{sign}(q_{e0}) + k'_d \omega_e + k'_i \int \bar{q}_e dt), \quad (9)$$

式中 k_{fb} 为增益矩阵; k'_p 为比例参数; k'_d 为阻尼参数; k'_i 为控制积分系数; \bar{q}_e 为误差四元数矢量部修正环节, 其中控制积分环节被设计为受限模式, 在误差较大时不产生效能。

基于星体动力学模型, 利用反馈线性化原理和线性系统极点配置理论, 分别设计上述参数。

另外, 系统控制器输出不应超出实际上可用的控制系统最大输出力矩, 为了保证瞬时欧拉轴的旋转特性, 对控制输出进行了向量限幅, 即控制输出:

$$u = \begin{cases} u & \max(\text{abs}(u)) \leq u_{\max} \\ u_{\max} & \max(\text{abs}(u)) > u_{\max} \end{cases}, \quad (10)$$

式中, u_{\max} 为可供利用的 SGCMGs 输出力矩。

3.2 控制力矩陀螺操纵律设计

金字塔构形的控制力矩陀螺群的操纵律设计的常用方法基于动量矩定理, 其主要推导过程如下。

将转子角动量 h_0 带入 SGCMGs 的力矩方程如式(11),

$$T_0 = -\dot{H} = -h_0 \frac{\partial e_h(\delta)}{\partial t} = -h_0 \frac{de_h}{d\delta} \frac{d\delta}{dt} = -h_0 J(\delta) \dot{\delta}. \quad (11)$$

满足式(11)的违逆解方程即为违逆操纵律:

$$\dot{\delta} = -J(\delta)^T (J(\delta) J(\delta)^T)^{-1} T_0 / h_0, \quad (12)$$

利用奇异测度 $D^{[1]}$ 对构形的品质实时评估, 并作为限制条件。

在 SGCMGs 操纵律指令中引入零运动指令, 该指令可由力矩方程(11)的齐次部分得出。该方程的解有两部分:

$$\dot{\delta} = \dot{\delta}_T + \dot{\delta}_N, \quad (13)$$

式中, $\dot{\delta}_T$ 为有力矩输出的转速指令, $\dot{\delta}_N$ 为空转指令, 满足方程式:

$$J(\delta) \dot{\delta}_T = -T_0 / h_0, \quad (14)$$

$$J(\delta) \dot{\delta}_N = 0. \quad (15)$$

按广义逆定理, 式(14)有如下解:

$$\dot{\delta}_N = \alpha [E_n - J(\delta)^T (J(\delta) J(\delta)^T)^{-1} J(\delta)] u, \quad (16)$$

式中, α 为待定 n 维矢量, E_n 为 $n \times n$ 单位矩阵。零运动控制的要点在于选择标量 α 和矢量 u , 使框架构形量度 D 的增值为正, 有效地避免陷入奇异。有些文献的方法是结合框架构形奇异量度的梯度来设计零运动。SGCMGs 的整体操纵律可归纳为:

$$\dot{\delta} = -J(\delta)^T (J(\delta) J(\delta)^T)^{-1} \frac{T_0}{h_0} + \alpha [E_n - J(\delta)^T (J(\delta) J(\delta)^T)^{-1} J(\delta)] \frac{\partial D}{\partial \delta}, \quad (17)$$

$$\text{式中: } \frac{\partial D^T}{\partial \delta} = \left(\frac{\partial D^T}{\partial \delta_1}, \frac{\partial D^T}{\partial \delta_2}, \frac{\partial D^T}{\partial \delta_3}, \frac{\partial D^T}{\partial \delta_4} \right).$$

4 仿真分析

对敏捷小卫星进行俯仰轴机动 45° 仿真, 基本参数如下:

4.1 控制力矩陀螺参数

金字塔构型: 4 个 SGCMG;
角动量范围: $[-4 \ 4] \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$;
框架角速度范围: $[-10 \ 10] \text{ rad/s}$;

4.2 敏捷小卫星模型参数

干扰力矩量级: $10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$;
转动惯量阵:
 $[86.73 \ 0 \ 0; 0 \ 80.77 \ 0; 0 \ 0 \ 86.63] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;

4.3 仿真参数和指标

初始四元数: $[1 \ 0 \ 0 \ 0]$;
目标四元数: $[0.923 \ 9 \ 0 \ 0.382 \ 6 \ 0]$;
目标欧拉角: $[0 \ 45 \ 0]^\circ$;
指向精度优于: 三轴 0.01° ;
指向稳定度优于: 三轴 $0.001^\circ/\text{s}$;
仿真时间: 70 s;
控制器输出力矩: $[-2 \ 2] \text{ N} \cdot \text{m}$ 。
得到的仿真结果如图 1、2 所示。

从图 1 和 2 可以看出, 在切换控制算法的控制下卫星俯仰轴机动 45° , 只用 14 s 内即可完成, 同时, 指向精度和稳定度也满足期望要求。

在图 3 中, 可以发现敏捷小卫星的姿态机动角速度最大值是 0.14 rad/s , 平均速度为 0.056 rad/s ($3.2^\circ/\text{s}$); 机动期间滚动轴和俯仰轴的稳定度也在允许范围内。

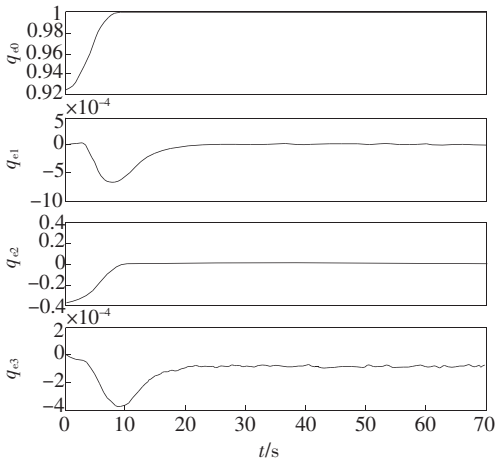


图 1 偏差四元数变化曲线

Fig. 1 Error quaternions of quick satellite attitudes

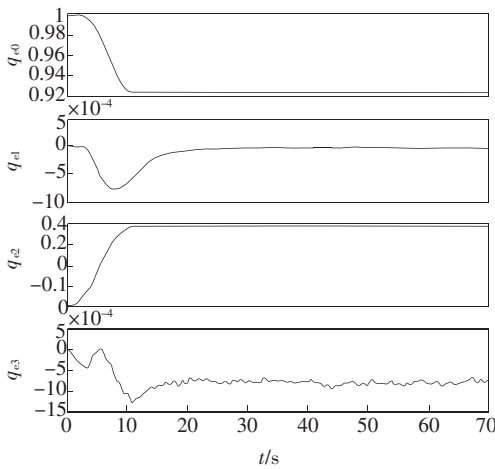


图 2 机动姿态四元数变化曲线

Fig. 2 Maneuver quaternions of quick satellite attitudes

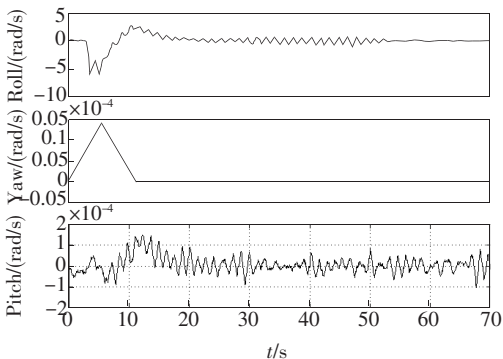


图 3 姿态角速度变化曲线

Fig. 3 Attitude angle rates

由图 4 可以得出,在切换控制算法和 SGCMGs 操纵律的控制之下,控制系统输出力矩被限制在 $[-2\ 2]\text{N}\cdot\text{m}$ 。而图 5 说明在控制力矩陀螺

接近奇异点时操纵律通过调节 α 值,使 SGCMGs 迅速脱离奇异状态。

单框架控制力矩陀螺群中有 4 个高速运转的转子,在卫星进行快速机动的时候,其陀螺力矩会对星体产生比较大的影响。图 6 表示由于快速机动而在小卫星三轴产生了不同程度的陀螺干扰力矩,最大值为 $0.16\ \text{N}\cdot\text{m}$,但控制器能够对这个干扰进行补偿,使姿态未发生显著变化。

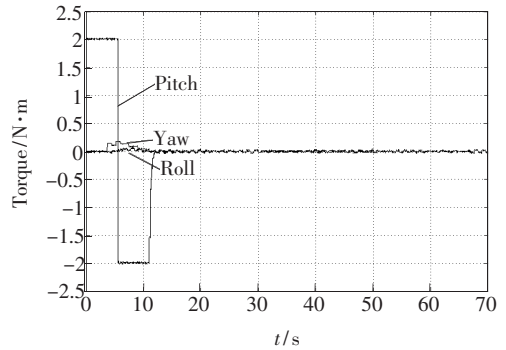


图 4 SGCMGs 输出控制力矩曲线

Fig. 4 Output torques of SGCMGs

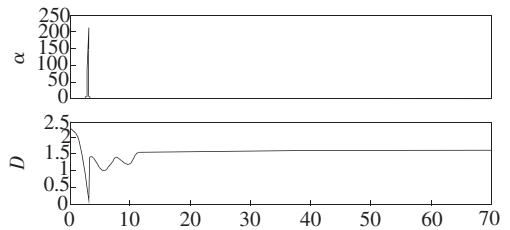


图 5 奇异测度 D 和调节因子 α 变化

Fig. 5 Varieties of D and α

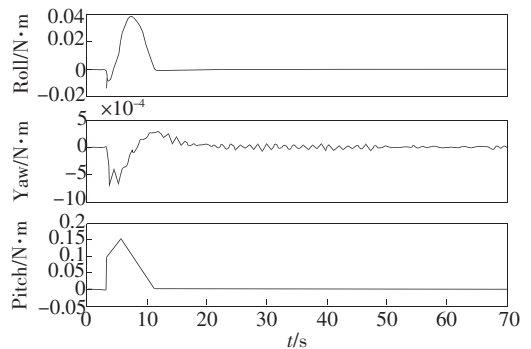


图 6 SGCMGs 陀螺干扰力矩变化曲线

Fig. 6 Gyro torques of SGCMGs

5 结 论

敏捷小卫星代表了未来小卫星发展的必然方向,姿态控制系统如何实现敏捷和高精度的性能

要求需要从控制系统的各个方面进行研究,SGC-MGs 作为应用的敏捷小卫星的理想执行机构,其优点如文中所述,关键在于如何合理操控。本文

通过研究敏捷小卫星姿态机动算法,提出切换控制算法,在限制控制力矩的条件下实现了小卫星姿态的敏捷机动。

参考文献:

- [1] 吴忠,吴宏鑫.单框架控制力矩陀螺系统操纵律研究综述[J].宇航学报,2000,21(4):140-145.
WU ZH, WU H X. Survey on steering laws for single gimbal control moment gyroscope system [J]. *Journal of Astronautics*, 2000, 21(4):140-145. (in Chinese)
- [2] 贾英宏.利用变速控制力矩陀螺的航天器集成能量与姿态控制[J].航空学报,2007,28(3):647-652.
JIA Y H. Integrated power and attitude control of spacecraft using variable speed control of moment gyros [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, 28(3):647-652. (in Chinese)
- [3] KUROKAWA H. A geometric study of single gimbal control moment gyros-singularity problems and steering law [R]. *Report of Mechanical Engineering Laboratory*, 1998, 175:108.
- [4] WIE B. Singularity analysis and visualization for single-gimbal control moment gyro systems[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(2):271-281.
- [5] 吴忠.参数不确定 SGCMG 系统的自适应操纵律设计[J].控制理论与应用,2006,23(1):143-147.
WU ZH. Robust steering law design for single gimbal control moment gyroscopes with parameter uncertainty [J]. *J. Control Theory and Application*, 2006, 23(1):143-147. (in Chinese)
- [6] PARADISO J A. Global steering of single gimballed control moment gyroscopes using a directed search[J]. *The Charles Stark Draper Laboratory*, 1991:1-30.
- [7] SKELTON C E. *Mixed control moment gyro and momentum wheel attitude control strategies*[D]. Master of Science in Aerospace Engineering, 2003:5-36.

作者简介:徐开(1982—),男,博士,主要从事小卫星控制和精密跟踪研究。E-mail:xukai118@126.com

金光(1958—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间遥感光机总体研究工作。E-mail:jing@ciomp.ac.cn